

Intervalos de confianza simultáneos en Stata

David M. Drukker
Sam Houston State University

Conferencia Stata México
15 Octubre 2021

Overview

- Esta charla explica por que necesitamos intervalos de confianza simultáneos y presenta el comando `sci` que los calcula en Stata

Overview

- Esta charla explica por que necesitamos intervalos de confianza simultáneos y presenta el comando `sc1` que los calcula en Stata
- Esta charla
 - explica por que los intervalos de confianza en las tablas de resultados no son útiles cuando hay más que un parámetro de interés

Overview

- Esta charla explica por que necesitamos intervalos de confianza simultáneos y presenta el comando `sc1` que los calcula en Stata
- Esta charla
 - explica por que los intervalos de confianza en las tablas de resultados no son útiles cuando hay más que un parámetro de interés
- da una introducción a métodos de pruebas múltiples

Overview

- Esta charla explica por que necesitamos intervalos de confianza simultáneos y presenta el comando `sci` que los calcula en Stata
- Esta charla
 - explica por que los intervalos de confianza en las tablas de resultados no son útiles cuando hay más que un parámetro de interés
- da una introducción a métodos de pruebas múltiples
- presenta el comando `sci` que calcula el valor crítico correcto y intervalos de confianza correctos cuando hay más que un parámetro

- Comenzamos con un ejemplo de datos simulados
- El modelo verdadero es

$$y = 1 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \epsilon$$

cuando $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$

ϵ es independiente de cada x_j , y

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -.4 & -.4 \\ -.4 & 1 & -.4 \\ -.4 & -.4 & 1 \end{pmatrix} \right)$$

- Aquí son los resultado obtenidos de un solo sorteo del proceso que genera los data (PGD)

```
. clear all
. set seed 12343
. local n = 500
. matrix V = (1, -.4, -.4 \ -.4, 1, -.4 \ -.4, -.4, 1)
. drawnorm x1 x2 x3, cov(V) n(`n´)
(obs 500)
. generate y = 1 + (rchi2(20)-20)/sqrt(2*20)
```

```
. regress y x1 x2 x3
```

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	500
Model	7.81247109	3	2.60415703	F(3, 496)	=	3.13
Residual	412.095425	496	.830837551	Prob > F	=	0.0253
				R-squared	=	0.0186
Total	419.907896	499	.84149879	Adj R-squared	=	0.0127
				Root MSE	=	.9115

y	Coefficient	Std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]
x1	-.0554501	.0595192	-0.93	0.352	-.172391 .0614908
x2	-.0711631	.0588022	-1.21	0.227	-.1866953 .0443691
x3	-.1684236	.0610912	-2.76	0.006	-.2884531 -.048394
_cons	.9518185	.0408308	23.31	0.000	.8715959 1.032041

```
. regress y x1 x2 x3
```

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	500
Model	7.81247109	3	2.60415703	F(3, 496)	=	3.13
Residual	412.095425	496	.830837551	Prob > F	=	0.0253
				R-squared	=	0.0186
				Adj R-squared	=	0.0127
Total	419.907896	499	.84149879	Root MSE	=	.9115

y	Coefficient	Std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]
x1	-.0554501	.0595192	-0.93	0.352	-.172391 .0614908
x2	-.0711631	.0588022	-1.21	0.227	-.1866953 .0443691
x3	-.1684236	.0610912	-2.76	0.006	-.2884531 -.048394
_cons	.9518185	.0408308	23.31	0.000	.8715959 1.032041

- Ahora, quiero hacer esta prueba $H_0 : \beta_3 = 0$ al nivel de significancia de 5%
 $H_a : \beta_3 \neq 0$
- Rechazo la H_0 , aunque H_0 es cierta
- El nivel de significancia una tasa de error
- El nivel de significancia es la probabilidad que rechazo la H_0 , cuando H_0 es cierta

- Podemos correr una simulación para entender mejor esta tasa de error
- La simulación imita la estructura estadística frequentista
- Fijamos el nivel de significancia (la tasa de error) a 5%
- en la simulación,
 - se saca muchos sorteos del PGD ($\beta_3 = 0$)
 - Usando los datos de cada sorteo
 - se corre
`regress y x1 x2 x3`
 - se defina la variable indicator r a ser 1, si el valor p de `test _b[x3] = 0` es menor que .05 (r es 0 de lo contrario)
 - La media de la muestra de r , usando los resultado de los mucho sorteos, es la proporción de la muestra por el evento de rechazar H_0 caundo la H_0 es cierta
 - La media de la muestra de r debe ser cerca de .05, lo cual es el nivel de significancia que usamos el las pruebas

```

. postfile buf rep r using sim1, replace
. forvalues j=1/2000 {
2.     quietly drop _all
3.     quietly drawnorm x1 x2 x3, cov(V) n(`n´)
4.     quietly generate y = 1 + (rchi2(20)-20)/sqrt(2*20)
5.     quietly regress y x1 x2 x3
6.     quietly test _b[x1] = 0
7.     local r = (r(p)<.05)
8.     post buf (`j´) (`r´)
9. }
. postclose buf
. use sim1, clear
. summarize r

```

Variable	Obs	Mean	Std. dev.	Min	Max
r	2,000	.047	.2116918	0	1

- Como esperamos, rechazamos el H_0 con un frecuencia de casi 5%, aunque la H_0 es cierta

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	500
Model	7.81247109	3	2.60415703	F(3, 496)	=	3.13
Residual	412.095425	496	.830837551	Prob > F	=	0.0253
				R-squared	=	0.0186
				Adj R-squared	=	0.0127
Total	419.907896	499	.84149879	Root MSE	=	.9115

y	Coefficient	Std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]
x1	-.0554501	.0595192	-0.93	0.352	-.172391 .0614908
x2	-.0711631	.0588022	-1.21	0.227	-.1866953 .0443691
x3	-.1684236	.0610912	-2.76	0.006	-.2884531 -.048394
_cons	.9518185	.0408308	23.31	0.000	.8715959 1.032041

- Ahora, quiero hacer la prueba

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_a : \max\{|\beta_1|, |\beta_2|, |\beta_3|\} > 0$$

y quiero una tasa de error de 5%

- En palabras, estoy revisando la hipótesis nula de que todos los coeficientes son zeros versus la hipótesis alternativa de que por lo menos uno de los coeficientes no es zero
- Estas hipóteses son frecuentes cuando uno está investigado si uno de las variables x1, x2, u x3 tiene algun efecto

Source	SS	df	MS			
Model	7.81247109	3	2.60415703	Number of obs	=	500
Residual	412.095425	496	.830837551	F(3, 496)	=	3.13
Total	419.907896	499	.84149879	Prob > F	=	0.0253
				R-squared	=	0.0186
				Adj R-squared	=	0.0127
				Root MSE	=	.9115

y	Coefficient	Std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]	
x1	-.0554501	.0595192	-0.93	0.352	-.172391	.0614908
x2	-.0711631	.0588022	-1.21	0.227	-.1866953	.0443691
x3	-.1684236	.0610912	-2.76	0.006	-.2884531	-.048394
_cons	.9518185	.0408308	23.31	0.000	.8715959	1.032041

- Ahora, quiero hacer la prueba

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_a : \max\{|\beta_1|, |\beta_2|, |\beta_3|\} > 0$$

y quiero una tasa de error de 5%

- Esta hipótesis nula y esta hipótesis alternativa se puede ver como una familia de tres pruebas

$$H_{0,1} : \beta_1 = 0 \quad H_{0,2} : \beta_2 = 0 \quad H_{0,3} : \beta_3 = 0$$

Rechaza H_0 si se rechaza $H_{0,j} : \beta_j = 0$ por cualquier

$$j \in \{1, 2, 3\}$$

- La tasa de error por la familia de pruebas se llama la **tasa de error familiar (TEF)**

- Usamos α_{FW} por la TEF
- La TEF es mayor que el nivel de significancia por cada prueba en la familia
- Si
se rechaza la hipótesis H_0 familiar cuando se rechaza cualquier $H_{0,j}$ en la familia (usando el nivel de significancia α),
incurrirá un tasa de error mayor que α

```
. regress y x1 x2 x3
```

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	500
Model	7.81247109	3	2.60415703	F(3, 496)	=	3.13
Residual	412.095425	496	.830837551	Prob > F	=	0.0253
				R-squared	=	0.0186
				Adj R-squared	=	0.0127
Total	419.907896	499	.84149879	Root MSE	=	.9115

y	Coefficient	Std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]
x1	-.0554501	.0595192	-0.93	0.352	-.172391 .0614908
x2	-.0711631	.0588022	-1.21	0.227	-.1866953 .0443691
x3	-.1684236	.0610912	-2.76	0.006	-.2884531 -.048394
_cons	.9518185	.0408308	23.31	0.000	.8715959 1.032041

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_a : \max\{|\beta_1|, |\beta_2|, |\beta_3|\} > 0$$

La tabla de resultados de los comandos de Stata nos invita usar el nivel de significancia como fuera la TEF como en el siguiente procedimiento

SC Procedimiento:

- Use el nivel de significancia α como fuera la TEF rechaze H_0 familiar, si el valor p en la tabla de resultados es menor que α por cualquier de los coeficientes

- Es probable que se acuerde de un aviso en contra de este procedimiento, pero la tabla de resultados te invita usarlo
- Corremos una simulación para ver si importa
- Puse correlaciones negativas entre las variable x para bajar el el efecto de hacer mas que una prueba

```

. postfile buf rep r1 r2 r3 using sim_sc, replace
. forvalues j=1/2000 {
2.     quietly drop _all
3.     quietly drawnorm x1 x2 x3, cov(V) n(`n')
4.     quietly generate y = 1 + (rchi2(20)-20)/sqrt(2*20)
5.     quietly regress y x1 x2 x3
6.     quietly test _b[x1] = 0
7.     local r1 = (r(p)<.05)
8.     quietly test _b[x2] = 0
9.     local r2 = (r(p)<.05)
10.    quietly test _b[x3] = 0
11.    local r3 = (r(p)<.05)
12.    post buf (`j') (`r1') (`r2') (`r3')
13. }
. postclose buf
. use sim_sc, clear
. generate r = max(r1, r2, r3)
. summarize r1 r2 r3 r

```

Variable	Obs	Mean	Std. dev.	Min	Max
r1	2,000	.049	.215922	0	1
r2	2,000	.0455	.2084502	0	1
r3	2,000	.051	.2200527	0	1
r	2,000	.107	.3091906	0	1

- La TEF en la muestra es 10.70%, en lugar de 5%
- La tasa de rechazar cada prueba individual es cerca de 5%

Bonferroni

- El método Bonferroni es una manera sencilla y general para corregir el problema
- El método Bonferroni utiliza un límite superior para la TEF en lugar la TEF actual
 - Nos aseguramos de que la TEF real sea menor que el que especificamos
- La potencia de una prueba es la probabilidad de que rechace correctamente H_0 , cuando H_0 es falso
- El método Bonferroni puede tener mucha menos potencia que un procedimiento que utiliza la TEF real en lugar del límite superior, porque el el límite superior puede ser mucho mayor que la TEF real

Bonferroni method

- El límite superior Bonferroni es sencillo
 - Si hay m pruebas en la familia y el nivel de significancia de cada prueba es α , el límite superior de Bonferroni es $\frac{\alpha}{m}$
- El método Bonferroni es general, no limita la dependencia entre las pruebas en la familia
- El método Bonferroni desperdicia potencia
 - El límite puede ser mucho más grande que la TEF real y, por lo tanto, tiene una potencia innecesariamente baja

```

. local      b = .05/3
. postfile buf rep r1 r2 r3 using sim_bon, replace
. forvalues j=1/2000 {
2.   quietly drop _all
3.   quietly drawnorm x1 x2 x3, cov(V) n(`n´)
4.   quietly generate y = 1 + (rchi2(20)-20)/sqrt(2*20)
5.   quietly regress y x1 x2 x3
6.   quietly test _b[x1] = 0
7.   local r1 = (r(p)<`b´)
8.   quietly test _b[x2] = 0
9.   local r2 = (r(p)<`b´)
10.  quietly test _b[x3] = 0
11.  local r3 = (r(p)<`b´)
12.  post buf (`j´) (`r1´) (`r2´) (`r3´)
13. }
. postclose buf
. use sim_bon, clear
. generate r = max(r1, r2, r3)
. summarize r1 r2 r3 r

```

Variable	Obs	Mean	Std. dev.	Min	Max
r1	2,000	.0145	.1195696	0	1
r2	2,000	.013	.1133023	0	1
r3	2,000	.0125	.1111302	0	1
r	2,000	.0315	.1747084	0	1

- La TEF en la muestra es 3.15% en lugar de 5%
- La TEF actual es menor de lo que debe ser por casi 37%
 $=100(5-3.15)/5$

- Un procedimiento de prueba **nominal** tiene un tasa de error igual a la tasa de error especificada
- Queremos un procedimiento nominal por las pruebas multiples en la familia
- El método sup-Wald/sup-t para calcular le valor crítico produce un procedimiento nominal
 - El método sup-Wald/sup-t para calcular le valor crítico se descubrió antes de que era possible computarlo
 - Vea (Miller, 1966, capítulo 1) y (Savin, 1984, página 833)

sup Wald/sup t

- Para que sea más sencillo, otra vez consideramos
 $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$
 $H_a : \max\{|\beta_1|, |\beta_2|, |\beta_3|\} > 0$
- El valor crítico c_t induce una TEF de α_{FW} , si lo resuelva

$$Pr(\max\{|w_1|, |w_2|, |w_3|\} \leq c_t) = \alpha_{FW}$$

cuando $w_j = \hat{\beta}_j / se_j$ es la estadística Wald u (t) de $H_{0,j}$

- En la práctica, podemos simular un gran número de sorteos del $w_j = \hat{\beta}_j / se_j$, porque tenemos un estimador consistente de su distribución conjunta
- Usando estos sorteos, c_t es el cuantil de muestra α_{FW} de estos sorteos
- Vea Montiel Olea and Plagborg-Møller (2019) y Drukker (2021)

- El comando `sci`
 - funciona después de todos los comandos frecuentistas que tienen una distribución normal de muestra grande u una distribución t de muestra pequeña
 - Calcula el valor crítico c_t
 - Calcula una banda de confianza simultánea para los parámetros de interés
 - Hace los cálculos solo por las variables de interés
- Vea Drukker (2021)

Ejemplo después de regress

```
. regress y x1 x2 x3
```

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	500
Model	7.81247109	3	2.60415703	F(3, 496)	=	3.13
Residual	412.095425	496	.830837551	Prob > F	=	0.0253
				R-squared	=	0.0186
				Adj R-squared	=	0.0127
Total	419.907896	499	.84149879	Root MSE	=	.9115

y	Coefficient	Std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]	
x1	-.0554501	.0595192	-0.93	0.352	-.172391	.0614908
x2	-.0711631	.0588022	-1.21	0.227	-.1866953	.0443691
x3	-.1684236	.0610912	-2.76	0.006	-.2884531	-.048394
_cons	.9518185	.0408308	23.31	0.000	.8715959	1.032041

```
. sci
```

```
Sup-Wald simultaneous confidence band
```

```
Critical value c = 2.442
```

y	Coef.	Std. Err.	t	[95% Conf. Band]	
x1	-.0554501	.0595192	-0.93	-.2007956	.0898954
x2	-.0711631	.0588022	-1.21	-.2147577	.0724315
x3	-.1684236	.0610912	-2.76	-.3176079	-.0192392
_cons	.9518185	.0408308	23.31	.85211	1.051527

```
. display "Single-comparison critical value is " invt(496, .975)
```

```
Single-comparison critical value is 1.9647583
```

Variables de interés

```
. quietly regress y x1 x2 x3
. sci , pnames(x1 x2 x3)
Sup-Wald simultaneous confidence band
Critical value c = 2.307
```

y	Coef.	Std. Err.	t	[95% Conf. Band]	
x1	-.0554501	.0595192	-0.93	-.1927612	.081861
x2	-.0711631	.0588022	-1.21	-.2068201	.0644939
x3	-.1684236	.0610912	-2.76	-.3093613	-.0274858

```
. sci , pnames(x3)
Sup-Wald simultaneous confidence band
Critical value c = 1.962
```

y	Coef.	Std. Err.	t	[95% Conf. Band]	
x3	-.1684236	.0610912	-2.76	-.28826	-.0485872

```
. display "Single-comparison critical value is " invt(496, .975)
Single-comparison critical value is 1.9647583
```

```

. postfile buf rep r1_sci r2_sci r3_sci r1_bon r2_bon r3_bon using sim_sci, rep
> lace
. local c_bon = invt(`n'-4, 1-.05/(2*3))
. forvalues j=1/4000 {
2.     quietly drop _all
3.     quietly drawnorm x1 x2 x3, cov(V) n(`n')
4.     quietly generate y = 1 + (rchi2(20)-20)/sqrt(2*20)
5.     quietly regress y x1 x2 x3
6.     qui sci, pnames(x1 x2 x3)
7.     local ct = r(c)
8.     local w1 = _b[x1]/_se[x1]
9.     local w2 = _b[x2]/_se[x2]
10.    local w3 = _b[x3]/_se[x3]
11.    local r1_sci = (abs(`w1') > `ct')
12.    local r2_sci = (abs(`w2') > `ct')
13.    local r3_sci = (abs(`w3') > `ct')
14.    local r1_bon = (abs(`w1') > `c_bon')
15.    local r2_bon = (abs(`w2') > `c_bon')
16.    local r3_bon = (abs(`w3') > `c_bon')
17.    post buf (`j') (`r1_sci') (`r2_sci') (`r3_sci')           ///
>        (`r1_bon') (`r2_bon') (`r3_bon')
18.
. }
. postclose buf

```

```

. use sim_sci, clear
. generate r_sci = max(r1_sci, r2_sci, r3_sci)
. generate r_bon = max(r1_bon, r2_bon, r3_bon)
. summarize r1_sci r2_sci r3_sci r_sci r1_bon r2_bon r3_bon r_bon, sep(4)

```

Variable	Obs	Mean	Std. dev.	Min	Max
r1_sci	4,000	.02175	.1458844	0	1
r2_sci	4,000	.021	.143402	0	1
r3_sci	4,000	.02425	.1538436	0	1
r_sci	4,000	.05225	.2225586	0	1
r1_bon	4,000	.01825	.1338709	0	1
r2_bon	4,000	.01675	.1283494	0	1
r3_bon	4,000	.0195	.1382915	0	1
r_bon	4,000	.042	.2006142	0	1

```
. proportion r_sci r_bon
Proportion estimation
```

Number of obs = 4,000

	Proportion	Std. err.	Logit [95% conf. interval]	
r_sci				
0	.94775	.0035185	.9404055	.9542334
1	.05225	.0035185	.0457666	.0595945
r_bon				
0	.958	.0031716	.9513226	.9637963
1	.042	.0031716	.0362037	.0486774

```
. sci , pnames(1.r_sci 1.r_bon)
Sup-Wald simultaneous confidence band
Critical value c = 2.112
```

Proportion	Coef.	Std. Err.	t	[95% Conf. Band]	
1.r_sci	.05225	.0035185	14.85	.0448188	.0596812
1.r_bon	.042	.0031716	13.24	.0353015	.0486985

- La TEF simulada usando `sci` es 5.2%, que está cerca la TEF especificada de 5%
- La TEF simulada usando el Bonferroni crítico es 4.2%

```

. quietly regress y x1 x2 x3
. sci , pnames(x1 x2 x3)
Sup-Wald simultaneous confidence band
Critical value c = 2.310

```

y	Coef.	Std. Err.	t	[95% Conf. Band]	
x1	-.0554501	.0595192	-0.93	-.1929681	.0820679
x2	-.0711631	.0588022	-1.21	-.2070245	.0646984
x3	-.1684236	.0610912	-2.76	-.3095737	-.0272734

```

. display "Single-comparison critical value is " invt(496, .975)
Single-comparison critical value is 1.9647583

```

- El procedimiento sup-Wald produce intervalos de confianza rectangulares, que son fáciles de interpretar
- La banda de confianza (el límite de confianza de visualización) es para los 3 parámetros simultáneamente
- Rechazamos, al nivel del 5%, cualquier vector de valores $(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3)$ si $\tilde{\beta}_j$ está fuera del j (ésimo) componente estimado de la banda de confianza
- Rechazamos, al nivel del 5%, cualquier valor $\tilde{\beta}_j$ para el cual $\tilde{\beta}_j$ está fuera del j (ésimo) componente estimado de la banda de confianza

- Otra forma de revisar la prueba de familia H_0 es usar test prueba $(\beta[x1] = 0) (\beta[x2] = 0) (\beta[x3] = 0)$
- Esta prueba conjunta de Wald produce una tasa de error nominal
- Los intervalos de confianza de esta prueba conjunta de Wald son elípticos, y son muy difíciles de interpretar en dimensiones superiores

Potencia

- La potencia de una prueba es la probabilidad de que rechace correctamente H_0 , cuando H_0 es falso
- A medida que aumenta el tamaño de la muestra, la potencia del método sup-Wald llega a uno
- En muestras finitas, cuando la hipótesis alternativa (verdadera) no es demasiado diferente de la (falsa) hipótesis nula, la prueba conjunta de Wald y la prueba sup-Wald tienen diferentes regiones de rechazo y diferentes niveles de potencia

Potencia

- Drukker (2021) presenta evidencia de simulación que compara la potencia de la prueba Sup-Wald, la prueba conjunta-Wald y la prueba utilizando los valores críticos de Bonferroni
- Como se esperaba, según Savin (1984), se puede crear una alternativa en que el Sup-Wald tiene mayor potencia de muestra finita que la prueba conjunta de Wald
y
se puede crear una alternativa en que el Sup-Wald tiene una potencia de muestra finita menor que la prueba conjunta de Wald
- En los resultados de Drukker (2021), hay diseños en los que la potencia de muestra finita de la prueba conjunta de Wald es menor que la muestra finita poder del método Bonferroni

- El enfoque sup-Wald es un método de un solo paso
- Los métodos de un solo paso pueden producir bandas de confianza para parámetros
- Hay métodos de varios pasos que ofrecen mayor potencia en el costo de los intervalos de confianza
 - Veá Romano and Wolf (2005), Romano, Shaikh, and Wolf (2010), y Clarke, Romano, and Wolf (2020)

- Drukker (2021) tiene más ejemplos y más detalles
- `sci` funciona después de cualquier estimador frecuentista en Stata que implementa un estimador con una distribución normal de muestra grande o una distribución t de muestra pequeña
- Drukker (2021) analiza una simulación que utiliza efectos fijos QML Poisson

Conclusión

- La tabla de resultados estándar no produce una inferencia válida para múltiples parámetros
- `sci` produce una inferencia válida y nominal para múltiples parámetros
- `sci` también es fácil de usar

- Clarke, D., J. P. Romano, and M. Wolf. 2020. The Romano–Wolf multiple-hypothesis correction in Stata. *The Stata Journal* 20(4): 812–843.
- Drukker, D. M. 2021. Simultaneous confidence bands for Stata estimation commands. *Under review at The Stata Journal* .
URL https://www.researchgate.net/publication/355165242_Simultaneous_confidence_bands_for_Stata_estimation_commands.
- Miller, R. G. J. 1966. *Simultaneous statistical inference*. McGraw-Hill.
- Montiel Olea, J. L., and M. Plagborg-Møller. 2019. Simultaneous confidence bands: Theory, implementation, and an application to SVARs. *Journal of Applied Econometrics* 34: 1–17.
- Romano, J. P., A. M. Shaikh, and M. Wolf. 2010. Hypothesis testing in econometrics. *Annual Review Economics* 2(1): 75–104.

- Romano, J. P., and M. Wolf. 2005. Exact and approximate stepdown methods for multiple hypothesis testing. *Journal of the American Statistical Association* 100(469): 94–108.
- Savin, N. E. 1984. Multiple hypothesis testing. *Handbook of econometrics* 2: 827–879.